

SOBRE O PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO DE VEÍCULOS: UMA ABORDAGEM AERONÁUTICA

Hélcio Vieira Junior

Electronic Warfare Center – CGEGAR, Brazilian Air Force – SHIS QI 05 Área Especial 12, 71615-600, Brasília, DF, Brazil.

E-mail: junior_hv@yahoo.com.br

Resumo - O uso de cargas divididas tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores dentro do Problema de Roteirização de Veículos (SDVRPPD). Uma nova área de pesquisa dentro do Problema de Otimização de Redes tem sido o problema do Disque-um-Vôo (DAFP). O objetivo deste trabalho é uma junção das abordagens SDVRPPD e DAFP com o objetivo de minimizar custos no transporte aéreo de cargas e passageiros em uma situação bem singular conhecida como Operação Aérea.

Palavras Chave - Militar, Roteirização de Veículos, Cargas divididas.

Abstract - The split loads' use has been studied by several researchers inside the Vehicle Routing Problem (SDVRPPD). A new research subject has been the Dial a Flight Problem (DAFP). The purpose of this work is the junction of the SDVRPPD and DAFP methodologies with the objective of minimizing the costs in a situation known as Air Operation.

Keywords - Military, Vehicle Routing, Split Loads.

I. INTRODUÇÃO

O uso de cargas divididas tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores dentro do Problema de Roteirização de Veículos (Split Delivery Vehicle Routing Problem - SDVRP) (Dror et al, 1994; Dror and Trudeau, 1989; Dror and Trudeau, 1990; Frizzell and Giffin, 1992). Nowak et al (2007) focaram seu trabalho no uso de cargas divididas na variação do Problema de Roteirização de Veículos chamada Problema de Coleta e Entrega (Split Delivery Pick-Up and Delivery Problem – SDVRPPD).

Uma nova área de pesquisa dentro do Problema de Otimização de Redes tem sido o problema do Disque-um-Vôo (tradução livre de Dial-a-Flight Problem – DAFP). De

acordo com Cordeau et al (2007), o DAFP objetiva o planejamento de uma escala que atenda uma demanda de passageiros para o transporte aéreo de um único dia, onde a demanda específica o aeroporto de origem, o primeiro horário de decolagem aceitável, o aeroporto de destino e o último horário de pouso aceitável para uma frota homogênea de aeronaves.

O objetivo deste trabalho é uma junção das abordagens SDVRPPD e DAFP vislumbrando a resolução de um problema real existente na Força Aérea Brasileira (FAB) e detalhado na seção três.

As principais diferenças metodológicas entre o nosso trabalho e as formulações SDVRPPD e DAFP estão listadas na tabela 1.

Além do emprego no problema original motivador deste estudo, este autor vislumbra que a metodologia desenvolvida neste artigo possa ser utilizada por outras corporações que possuam vários depósitos, a exemplo dos Correios, Empresas Aéreas comerciais, etc.

Este trabalho está estruturado da seguinte maneira: na segunda seção, nossa proposta é formalmente introduzida; um exemplo numérico no qual a metodologia proposta é utilizada é descrito na seção três e a seção quatro conclui.

II. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Existem diversas instituições que possuem unidades que podem atuar tanto como consumidores quanto depósitos. Um exemplo é a Força Aérea Brasileira, na qual as Bases Aéreas são ao mesmo tempo clientes (possuem demandas) e depósitos (têm instalações físicas e segurança compatíveis).

Outra característica da FAB é que a mesma possui uma frota de veículos (aeronaves) bem heterogênea.

Tabela 1: Características das metodologias

Característica	Nossa Proposta	SDVRPPD	DAFP
Frota de veículos	Heterogênea	Heterogênea	Homogênea
Número de depósitos	Múltiplos	Único	Múltiplos
Restrição de tempo	Sim	Não	Sim
Cargas divididas	Sim	Sim	Não
Possibilidade de que uma carga, uma vez recolhida, possa ser deixada em um depósito intermediário a fim de que outro veículo finalize a entrega	Sim	Não	Não

A metodologia sugerida agrega estes dois atributos da Força Aérea Brasileira com o objetivo de minimizar custos no transporte aéreo de cargas e passageiros em uma situação bem singular conhecida como Operação Aérea. Esta otimização dos custos se dá através da possibilidade de que uma carga, uma vez recolhida, possa ser deixada em uma Base Aérea intermediária a fim de que outra aeronave finalize a entrega. Com isto, espera-se que aeronaves com menor capacidade de carga e autonomia (e conseqüentemente menor custo) possam contribuir para a distribuição da demanda em situações onde as mesmas não seriam utilizadas (como em outras abordagens metodológicas).

Nossa proposta consiste de um modelo de fluxo de rede com tempo discreto onde $B = \{1, 2, \dots, n\}$ é o conjunto das Bases Aéreas (depósitos e clientes); $Dist_{xy}$ é a distância entre as Bases x e y ; $T = \{0, 1, \dots, t_f\}$ é o conjunto de

tempos; $A = \{1, 2, \dots, u\}$ é o conjunto das aeronaves (veículos); $C = \{1, 2, \dots, q\}$ é o conjunto de configurações das aeronaves; Vel_a é a velocidade de cruzeiro da aeronave a ; H_a é o custo da hora de voo da aeronave a ; Cap_a^{conf} é a capacidade de carga da aeronave a na configuração $conf$; $Capp_a^{conf}$ é a capacidade de passageiros da aeronave a na configuração $conf$; Alc_a^{conf} é o alcance da aeronave a na configuração $conf$; Cat_{xy} é a demanda de carga a ser transportada da Base x para a Base y ; Pas_{xy} é a demanda de passageiros a serem transportados da Base x para a Base y e M é um escalar com valor muito grande.

As variáveis de decisão são as listadas na tabela 2.

Tabela 2. Variáveis de decisão

$b_{axy}^t = \begin{cases} 1, & \text{se a aeronave } a \text{ voa da Base } x \text{ para a Base } y \text{ no tempo } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
$config_{at}^{conf} = \begin{cases} 1, & \text{caso a aeronave } a \text{ esteja na configuração } conf \text{ no tempo } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$
f_{daxy}^t - Fluxo de carga com destino à Base d transportado pela aeronave a da Base x para a Base y no tempo t
fp_{daxy}^t - Fluxo de passageiros com destino à Base d transportado pela aeronave a da Base x para a Base y no tempo t
c_{dx}^t - Carga com destino à Base d que está na Base x no final do tempo t
cp_{dx}^t - Passageiros com destino à Base d que estão na Base x no final do tempo t

Isto posto, a formulação matemática do problema pode agora ser definida como:

$$\text{Min} \sum_a \sum_x \sum_y \sum_t \frac{Dist_{xy} \cdot H_a}{Vel_a} \cdot b_{axy}^t$$

S.A.:

$$\sum_a \sum_y f_{daxy}^t \leq c_{dx}^{t-1}, \quad \forall (d, x) \in B, \quad t \in \{1, 2, \dots, t_f\} \quad (1_1)$$

$$\sum_a \sum_y fp_{daxy}^t \leq cp_{dx}^{t-1}, \quad \forall (d, x) \in B, \quad t \in \{1, 2, \dots, t_f\} \quad (1_2)$$

$$\sum_d f_{daxy}^t \leq M \cdot b_{axy}^t, \quad \forall a \in A, (x, y) \in B, \quad t \in T \quad (2_1)$$

$$\sum_d fp_{daxy}^t \leq M \cdot b_{axy}^t, \quad \forall a \in A, (x, y) \in B, \quad t \in T \quad (2_2)$$

$$\sum_d f_{daxy}^t \leq \sum_{conf} config_{at}^{conf} \cdot Cap_a^{conf}, \quad \forall a \in A, (x, y) \in B, \quad t \in T, \quad conf \in C \quad (3_1)$$

$$\sum_d fp_{daxy}^t \leq \sum_{conf} config_{at}^{conf} \cdot Capp_a^{conf}, \forall a \in A, (x, y) \in B, t \in T, conf \in C \quad (3_2)$$

$$\sum_x b_{axy}^{t-1} = \sum_x b_{axy}^t, \forall a \in A, y \in B, t \in \{1, 2, \dots, t_f\} \quad (4)$$

$$c_{dy}^t = c_{dy}^{t-1} + \sum_x \sum_a f_{daxy}^t - \sum_x \sum_a f_{dayx}^t, \forall (d, y) \in B, t \in \{1, 2, \dots, t_f\} \quad (5_1)$$

$$cp_{dy}^t = cp_{dy}^{t-1} + \sum_x \sum_a fp_{daxy}^t - \sum_x \sum_a fp_{dayx}^t, \forall (d, y) \in B, t \in \{1, 2, \dots, t_f\} \quad (5_2)$$

$$\sum_x \sum_y b_{axy}^t = 1, \forall a \in A, t \in T \quad (6)$$

$$Dist_{xy} \cdot b_{axy}^t \leq \sum_{conf} Alc_a^{conf} \cdot b_{axy}^t, \forall a \in A, (x, y) \in B, t \in T, conf \in C \quad (7)$$

$$c_{dx}^0 = Cat_{dx}, \forall (d, x) \in B \quad (8_1)$$

$$cp_{dx}^0 = Pas_{dx}, \forall (d, x) \in B \quad (8_2)$$

$$c_{dd}^{t_f} = \sum_x Cat_{xd}, \forall d \in B \quad (9_1)$$

$$cp_{dd}^{t_f} = \sum_x Pas_{xd}, \forall d \in B \quad (9_2)$$

$$b_{axx}^0 = \begin{cases} 1, & \text{se a localização inicial da anv } a \text{ for a Base } x \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}, \forall a \in A, x \in B \quad (10)$$

$$\sum_{conf} config_{at}^{conf} = 1, \forall a \in B, t \in T, conf \in C \quad (11)$$

$$(b_{axy}^t, config_{at}^{conf}) \in \{0, 1\}, \forall a \in A, (x, y) \in B, t \in T, conf \in C \quad (12)$$

$$f_{daxy}^t, fp_{daxy}^t, c_{dx}^t, cp_{dx}^t \geq 0, \forall a \in A, (d, x, y) \in B, t \in T \quad (13)$$

A restrição (1) garante que só seja transportada a carga e os passageiros que estejam previamente na Base; a restrição (2) assegura que não haja fluxo através do arco (x, y) a menos que o mesmo tenha sido selecionado na função objetivo; a restrição (3) certifica que o fluxo transportado pela aeronave a seja menor que sua capacidade de transporte; a restrição (4) assegura que exista continuidade nos vôos das aeronaves; a restrição (5) garante o equilíbrio da(os) carga(passageiros) com os fluxos de entrada e saída na Base y no tempo t ; a restrição (6) certifica que uma aeronave só pode estar em um arco por tempo; a restrição (7) limita arcos que a aeronave possa cumprir devido ao seu alcance; a restrição (8) estabelece as(os) cargas(passageiros) nas suas Bases iniciais; a restrição (9) assegura que as(os) cargas(passageiros) sejam transportadas(os) para suas Bases de destinos; a restrição (10) estabelece as aeronaves nas suas bases iniciais; a restrição (11) assegura a configuração das aeronaves em cada tempo; a restrição (12) estabelece as variáveis de decisão b_{axy}^t e $config_{at}^{conf}$ como sendo binárias e, finalmente, a restrição (13) garante que as demais variáveis de decisão sejam estritamente positivas.

III. OTIMIZANDO UMA OPERAÇÃO AÉREA

“A Força Aérea Brasileira realiza operações aéreas com o objetivo principal de treinar suas tropas e testar seus equipamentos para mantê-los sempre capacitados a oferecer uma pronta-resposta em caso de possíveis acionamentos e necessidades. Os exercícios são de variadas naturezas, visando determinadas metas, e envolvem diversas Unidades. Dependendo da manobra, até mesmo Forças Aéreas de outros países: são as operações conjuntas, que trazem benefícios comuns às nações participantes.” (FAB, 2007a).

Conforme pôde ser visto no parágrafo anterior, operações aéreas são realizadas por diversas Unidades Aéreas (sediadas por todo o Brasil) que se reúnem em poucas Bases Aéreas para que sejam simuladas as condições de combate o mais próximo possível do real. Um exemplo foi a operação Cruzex 2006 (FAB, 2007b), na qual Unidades Aéreas sediadas em Santa Maria (RS), Canoas (RS), Rio de Janeiro (RJ), Campo Grande (MS), Brasília (DF), Anápolis (GO), Recife (PE), Natal (RN), Manaus (AM) e Porto Velho (RO), além de diversas Unidades Aéreas de Forças Aéreas amigas, se concentraram em três localidades: Campo Grande (MS), Uberlândia (MG) e Anápolis (GO).

Uma Unidade Aérea é formada por dezenas de aeronaves e

centenas de homens e o deslocamento, mesmo de uma fração da mesma, envolve o transporte de cargas da ordem de dezenas de toneladas e de várias dezenas de homens.

O evento motivador deste estudo foi uma forma de minimizar os custos envolvidos em uma operação aérea.

Simularemos, nesta seção, a otimização, pela formulação por nós proposta, de uma operação aérea totalmente fictícia,

onde temos seis Bases Aéreas dispostas geograficamente de acordo com a figura 1, onde as estrelas representam as Bases Aéreas e os círculos pontilhados e tracejados representam, respectivamente, o alcance máximo das aeronaves do tipo b e c na configuração 2 para cada Base Aérea. A aeronave do tipo a pode voar entre quaisquer duas Bases Aéreas.

Tabela 3 – Demanda fictícia.

	<i>Base</i> ₁		<i>Base</i> ₂		<i>Base</i> ₃		<i>Base</i> ₄		<i>Base</i> ₅		<i>Base</i> ₆	
	P	C	P	C	P	C	P	C	P	C	P	C
<i>Base</i> ₁	--	--	--	--	--	--	25	75	--	--	--	--
<i>Base</i> ₂	--	--	--	--	--	--	--	--	50	160	--	--
<i>Base</i> ₃	--	--	--	--	--	--	15	120	--	--	--	--
<i>Base</i> ₄	--	--	60	50	--	--	--	--	--	--	--	--
<i>Base</i> ₅	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
<i>Base</i> ₆	--	--	--	--	--	--	30	80	25	60	--	--

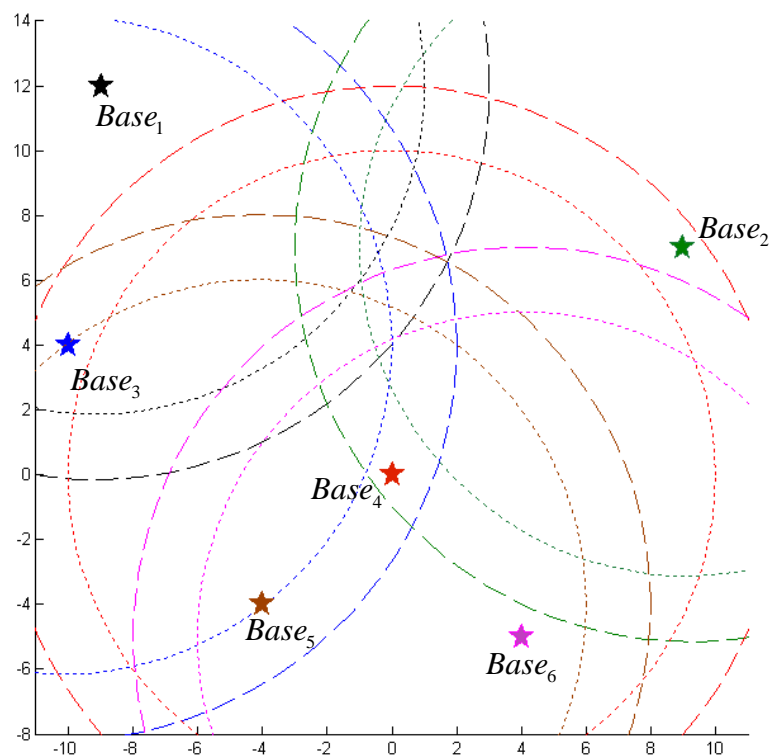


Figura 1 – Bases Aéreas envolvidas na simulação de uma operação aérea

A demanda existente está listada na tabela 3, onde a coluna “C” refere-se a carga e a coluna “P” ao número de passageiros. Por exemplo: existe uma demanda de 50 passageiros e de 160 toneladas a serem transportados da base 2 para a base 5.

As capacidades (por configuração) das aeronaves

simuladas estão explicitadas na tabela 4.

Foi utilizado o software GAMS na versão 2.0.34.19 e um computador Pentium IV com 3.2 GHz e 1 GB de memória RAM para a resolução da nossa proposta. Após 24 horas de processamento, este autor decidiu parar a otimização sem chegar à solução ótima.

Tabela 4 – Dados técnicos simulados das aeronaves.

Aeronave	Tipo	Localização inicial (tempo 0)	Custo da hora de voo (\$)	Configuração	Alcance (unidade de distância)	Capacidade	
						Carga (toneladas)	Passageiros
Anv_1	a	$Base_5$	6000	1	25	200	20
				2	25	150	70
Anv_2	a	$Base_6$	6000	1	25	200	20
				2	25	150	70
Anv_3	b	$Base_6$	3500	1	10	80	30
				2	12	50	50
Anv_4	c	$Base_6$	1200	1	8	30	5
				2	10	15	15
Anv_5	c	$Base_5$	1200	1	8	30	5
				2	10	15	15
Anv_6	c	$Base_5$	1200	1	8	30	5
				2	10	15	15

A figura 2 ilustra a cinemática da solução sub-ótima alcançada, onde as setas pontilhadas representam deslocamentos de aeronaves sem carga; as setas contínuas e tracejadas representam deslocamentos de aeronaves com carga nas configurações 1 e 2, respectivamente; os círculos vazados numerados representam as aeronaves; os dois números separados por uma barra e precedidos de uma seta vazada seguida de um círculo hachurado numerado representam, respectivamente, a quantidade de passageiros e a carga a ser transportada para a base indicada pelo círculo hachurado.

Por exemplo: no tempo 0 temos na base 5 as aeronaves 2, 3 e 4 e, com destino a base 4, uma carga de 80 toneladas e 30 passageiros; no tempo 2 a aeronave 4 deslocou-se da base 6 para a base 2 transportando carga/passageiros na configuração 1.

A solução sub-ótima alcançada obteve um gap relativo de relaxação linear de 27,07%, tendo encontrado 8 soluções inteiras durante as 71.359.738 interações rodadas nas 24 horas de processamento.

Este problema teve apenas 6 Bases Aéreas, 6 aeronaves, 2 configurações diferentes para cada aeronave e o tempo foi discretizado em apenas 6 unidades. A formulação para resolver este pequeno problema teve 1.368 variáveis binárias, 17.353 variáveis contínuas e 7.543 restrições. Isto explica o grande tempo computacional necessário para sua resolução.

IV. CONCLUSÕES

Foi sugerida uma formulação para a otimização dos custos de uma operação aérea.

Na seção dois nossa proposta foi formalmente introduzida e na seção três pôde-se observar, através de um exemplo numérico fictício, a viabilidade do uso da metodologia sugerida.

Apesar do sucesso em atingir o objetivo proposto, o tempo computacional necessário para solucionar um problema pequeno se mostrou por demasiado excessivo. Trabalhos futuros devem focar no uso de heurísticas para a resolução da proposta por nós trazida de instancias maiores (mais realistas)

em tempos computacionais mais viáveis.

V. REFERÊNCIAS

- Cordeau, J. F., Laporte, G., Potvin, J. Y., Savelsbergh, M.W.P. (2007). Transportation on Demand. In: Transportation, Handbooks in Operations Research and Management Science, Volume 14, [edited by C. Barnhart and G. Laporte], Elsevier, Amsterdam, 429-466.
- Dror, M., G. Laporte, P. Trudeau. (1994). Vehicle routing with split deliveries. *Discrete Applied Mathematics*, 50, 239-254
- Dror, M., P. Trudeau. (1989). Savings by split delivery routing. *Transportation Science*, 23, 141-145
- Dror, M., P. Trudeau. (1990). Split delivery routing. *Naval Research Logistics*, 37, 383-402.
- Força Aérea Brasileira. (2007a). Operações Aéreas. Disponível em: <http://www.fab.mil.br/HTM/operacaoaereas.htm>. Acesso em 24 de fevereiro de 2007.
- Força Aérea Brasileira. (2007b). Cruzex III 2006. Disponível em: http://www.fab.mil.br/fab/operacaoaerea/cruzex_2006/index.htm. Acesso em 24 de fevereiro de 2007.
- Frizzell, P. W., J. W. Giffin. (1992). The bounded split delivery vehicle routing problem with grid networks distances. *Asia Pacific Journal of Operational Research*, 9, 101-116
- Nowak, M., Ergun, O., White, C. C. III (2007). Pickup and Delivery with Split Loads. Submitted to *Transportation Science*.

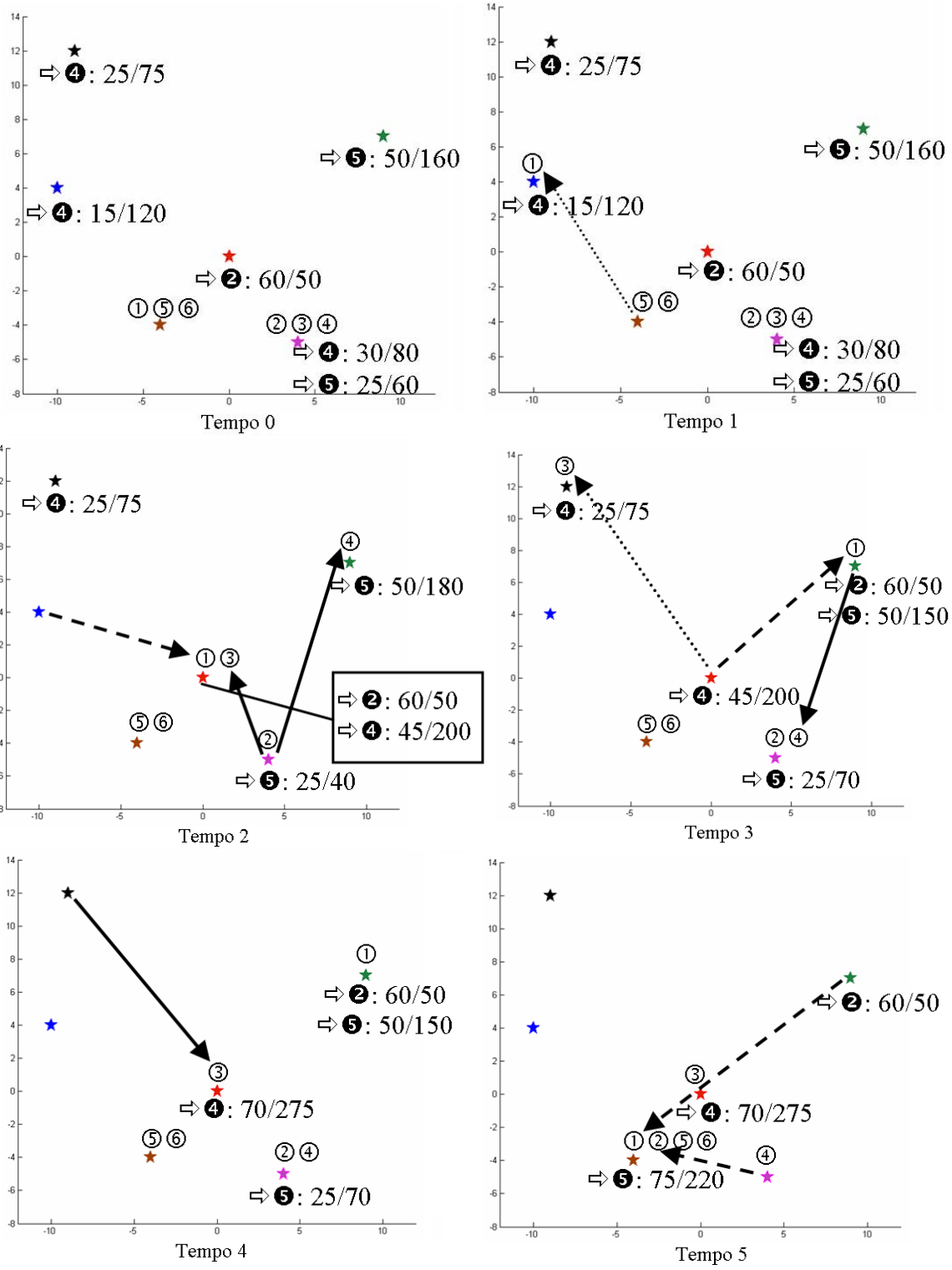


Figura 2 – Solução sub-ótima para o problema simulado